Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2022 – 2023 учебный год

7 КЛАСС

1. В прошлом году сестра была старше брата в 4 раза, а в следующем году она будет старше него в 3 раза. Через сколько лет от настоящего времени сестра станет в 2 раза старше брата?

2. В строку выписано восемь цифр 2. Разрешается использовать скобки и знаки арифметических действий $+$, $-$, $*$, $/$. Как получить в результате число 2022? Многозначные числа из двоек (типа 22, 222) при этом допускаются.

3. По кругу расположено 22 фишки, среди которых 10 красных и 12 синих. Известно, что имеется ровно 5 пар стоящих рядом красных фишек. Какие значения может принимать число пар стоящих рядом синих фишек?

4. В компании из трёх человек A, B, C каждый является либо рыцарем, и всегда говорит правду, либо лжецом, и всегда говорит неправду. Один из участников заявил, что A и B — оба лжецы, а другой участник сказал, что B и C являются лжецами. Кто именно сделал такие высказывания, не известно. Можно ли по этой информации однозначно определить число рыцарей в компании?

5. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник 5×9. Можно ли разрезать его на “уголки” из трёх клеток, проводя разрезы по линиям сетки?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2022 – 2023 учебный год

8 КЛАСС

1. По кругу расположен 21 ящик. В каждом из них лежат шары двух цветов: красные и синие. Девочка перекладывает по одному шару из каждого ящика в следующий за ним по часовой стрелке. На каждом ящике имеется надпись о том, сколько в нём красных шаров и сколько синих. Могло ли так получиться, что после перекладываний все надписи из верных стали неверными?

2. В строку выписано восемь цифр 2. Разрешается использовать скобки и знаки арифметических действий $+$, $-$, $*$, $/$. Как получить в результате число 2022? Многозначные числа из двоек (типа 22, 222) при этом допускаются.

3. Одноклассники Петя и Вася получили задание: написать 10 попарно различных натуральных чисел, сумма которых составляет 100. Каждый из них независимо выполнил такое задание. Обязательно ли найдётся число, которое выписал как один, так и другой школьник?

4. Диагонали четырехугольника разрезают его на 4 треугольника. Известно, что среди них есть треугольники всех трёх видов: остроугольные, прямоугольные и тупоугольные. Можно ли точно установить число треугольников каждого из видов?

5. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник 5×9. Можно ли разрезать его на “уголки” из трёх клеток, проводя разрезы по линиям сетки?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2022 – 2023 учебный год

9 КЛАСС

1. Найти наибольшее натуральное число, в котором нет повторяющихся цифр, и у которого любые две рядом стоящие цифры в сумме дают не меньше девяти.

2. В компании из четырёх человек A, B, C, D каждый является либо рыцарем, и всегда говорит правду, либо лжецом, и всегда говорит неправду. Каждый из участников сделал по одному заявлению. Один сказал, что A лжец, другой — что B лжец, третий сказал то же самое про C, а четвёртый — про D. Кто именно сделал такие высказывания, не известно. Можно ли по этой информации однозначно определить число рыцарей в компании?

3. В строку выписано восемь цифр 2. Разрешается использовать скобки и знаки арифметических действий $+$, $-$, $*$, $/$. Как получить в результате число 2022? Многозначные числа из двоек (типа 22, 222) при этом допускаются.

4. В клетках квадрата размером 3×3 записаны 9 последовательных натуральных чисел. Может ли при этом оказаться, что сумма чисел в любых двух соседних по стороне клетках является простым числом?

5. На клетчатой бумаге нарисован квадрат 4×4. В каждом из 16 квадратиков провели диагональ. Какое наименьшее число узлов сетки могут оказаться концами хотя бы одной из проведённых диагоналей?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2022 – 2023 учебный год

10 КЛАСС

1. На доске написано число 2. Двое играют в игру, поочерёдно делая ходы. За один ход к написанному числу можно прибавить любой его натуральный делитель, отличный от самого числа. Далее написанное число заменяется найденной суммой. Выигрывает тот, кто получит число 100. При этом нельзя писать числа, большие 100. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его партнёр?

2. Несколько двузначных чисел в сумме составляют 101, и ни одно из них не оканчивается нулём. В каждом из слагаемых поменяли местами цифры. Какое наименьшее число могло получиться в результате?

3. При каких натуральных n число $n^4+n^3+n^2+n+1$ является точным квадратом?

4. На отрезке AB длиной 10 как на диаметре построена окружность. Выберем на диаметре точку C и проведём через неё хорду DE под углом 45 градусов к диаметру. Какое наибольшее и какое наименьшее значение может принимать сумма квадратов $CD^2 + CE^2$?

5. Имеется компания из 7 человек. Всегда ли возможно выделить в ней три пары участников, чтобы либо в каждой из них оказались знакомые между собой, либо оказались не знакомые между собой?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2022 – 2023 учебный год

11 КЛАСС

1. Существует ли заданная на числовой прямой функция $f(x)$, которая может принимать отрицательные значения, но при этом $f(f(x)) > 0$ для всех x?

2. Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых первая десятичная цифра делится на каждую из остальных?

3. Сумма трёх целых чисел равна 11, а сумма их квадратов равна 155. Сколько решений имеет такая задача? (Решения, отличающиеся только порядком следования чисел, считаются одинаковыми.)

4. Имеется компания из 8 человек. Всегда ли возможно выделить в ней три пары участников, чтобы либо в каждой из них оказались знакомые между собой, либо оказались не знакомые между собой?

5. Вписанная в треугольник ABC окружность делит медиану AM на три отрезка равной длины. Зная, что $BC = 10$, найти длины остальных сторон треугольника.

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35